Email- skbohre59@gmail.com

Assignment - 2020
B.Sc Part 1
Subject - Mathematics
Paper – 1

Algebra and Trigonometry

Note: प्रत्येक इकाई से किन्हीं दो प्रश्नों को हल कीजिये।

UNIT-I

Q.1 (a): दर्शाइये कि आव्यूह A कैली-हैमिल्टन प्रमेय को संतुष्ट करता है:

Show that matrix A satisfies Cayley-Hamilton theorem:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

(b): आव्यूह A को प्रसामान्य रूप में बदलकर उसकी जाति ज्ञात कीजिये:

Reduce the matrix A into its normal form and find the rank of A:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

(c): 'प्रतिचित्रणों का संयोजन' परिभाषित कीजिये। यदि $f: R \to R$, $f(x) = x^2$ तथा $g: R \to R$, $g(x) = x+3$ तब $(fog)(x)$ एवं $(gof)(x)$ का मान ज्ञात कीजिये। क्या $fog = gof$ है?

Define 'Composition of Mappings'. If $f: R \to R$, $f(x) = x^2$ and $g: R \to R$, $g(x) = x+3$, then find the value of $(fog)(x)$ and $(gof)(x)$. Is $fog = gof$?

UNIT-II

Q.2(a): आव्यूह $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{bmatrix}$ के आइगेन मानों और संगत आइगेन सदिशों को ज्ञात कीजिये।

nd the eigen values and corresponding eigen vectors of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{bmatrix}$$

(b) : दर्शाइये कि नि. लि. समी. संगत हैं या असंगत (आव्यूह विधि का उपयोग) : Show that the following equations are consistent or inconsistant (Using matrix method):

$$x+y+z=3,\quad 3x+y-2z=-2,\quad 2x+4y+7z=7$$

(c) : कैले-हेमिल्टन प्रमेय लिखिये और सिद्ध कीजिये।
State and prove Cayley-Hamilton therrem.

UNIT-3

3(a) : समीकरण $x^3-9x^2-23x-15=0$ के मूलों को ज्ञात कीजिये जबकि मूल समान्तर श्रेणी में हैं। Find the roots of the equation $x^3-9x^2-23x-15=0$, if they are in A.P.

(b) यदि $-2i$ समी. : $f(x)=x^4+3x^3+6x^2+2x+8=0$ का एक मूल है तो $f(x)=0$ के सभी मूलों को ज्ञात कीजिये। If $-2i$ be a root of the equation : $f(x)=x^4+3x^3+6x^2+2x+8=0$ then find all the roots of the equation $f(x)=0$.

(c) कार्डन विधि से त्रिघात $x^3-18x-35=0$ को हल कीजिये। Solve the cubic $x^3-18x-35=0$ by Cardan method.

UNIT-4

4(a) : लैग्रांज प्रमेय लिखिये एवं सिद्ध कीजिये।
State and prove Lagrange's therrem.

(b) : गुणात्मक समूह $\{1,-1,i,-i\}$ से तुल्यकारी नियमित क्रमचय समूह ज्ञात कीजिये। Find the regular permutation group isomorphic to the multiplicative group $G=\{1,-1,i,-i\}$.

. यदि w इकाई का अधिकल्पित घनमूल हो तो दिखाइये कि साधारण गुणा के अधीन समुच्चय $G = \{1, w, w^2\}$ कोटि 3 का चक्रीय समूह है। इसके जनक भी ज्ञात कीजिये।

If w is an imaginary cube root of unity, show that the set $G = \{1, w, w^2\}$ is a cyclic group of order 3 under ordinary multiplication. Also find its generators.

UNIT-5

5(a) : ग्रेगरी श्रेणी लिखिये और सिद्ध कीजिये।

State and prove Gregory's series.

(b) सिद्ध कीजिये Prove that

$$\tanh^{-1} x = \sinh^{-1} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

(c) यदि If $A + iB = C\tan(x+iy)$, तो सिद्ध कीजिये :

then prove that:

$$\tan 2x = \frac{2CA}{C^2 - A^2 - B^2}$$

Assignment - 2020

B.Sc Part 1

Subject - Mathematics

Paper – 2

Calculus (कलन) II paper

Note : प्रत्येक इकाई से किन्ही दो प्रश्नों को हल कीजिये ।

UNIT-I

Q.1(a) : नि॰ लि॰ फलन की $x=0$ पर सांतत्य एवं अवकलनीयता की विवेचना कीजिये :

Discuss the continuity and differentiability at $x=0$ of the following function :

$$f(x) = x\frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{e^{1/x} + e^{-1/x}}, \text{ जबकि when } x \neq 0$$

$$f(0) = 0.$$

(b) : यदि if $\cos^{-1}(y/b) = \log(x/n)^n$ तो सिद्ध कीजिये कि : Prove that

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1)x y_{n+1} + 2n^2 y_n = 0$$

(c) $\log\sin x$ का $(x-2)$ की घातों में प्रसार कीजिये

Expand $\log\sin x$ in power of $(x-2)$.

UNIT-II

2(a) : नि. लि. वक्र की सभी अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिये :

Find all asymptotes of the following curve :

$$y^3 - x^2y - 2xy^2 + 2x^3 - 7xy + 3y^2 + 2x^2 + 2x + 2y + 1 = 0$$

(b) : वक्र का अनुरेखण कीजिये : Trace the curve

$$y^2(a+x) = x^2(a-x), \quad a>0$$

(c) : हृदयाभ $r = a(1+\cos\theta)$ के किसी बिंदु (r,θ) पर वक्रता-त्रिज्या ज्ञात कीजिये

Find the radius of curvature at any point (r, θ) of the cardioid $r = a(1+\cos\theta)$. M-II

UNIT-3

3(a): एस्ट्रॉइड $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।
Find the complete area of the asteroid $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$.

(b): सिद्ध कीजिये : Prove that

$$\int_0^{\pi/2} \log(\sin x)\, dx = -\frac{\pi}{2}\log 2$$

(c) मान ज्ञात कीजिये Find the value of

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{4+5\sin x}$$

UNIT-4

4(a): वक्र कुल $r = a(1-\cos\theta)$ का लम्बकोणिय संछेदी ज्ञात कीजिये जहाँ a प्राचल है।
Find the orthogonal trajectories of the family of curve $r = a(1-\cos\theta)$, where 'a' is parameter.

(b): हल कीजिये solve :

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + y = 2\log x$$

(c): हल कीजिये : solve

$$(D^2+2D+1)y = x\sin x$$

UNIT-5

5(a): प्राचल विचरण विधि से हल कीजिये :
Solve by variation of parameters method:

$$(D^2+a^2)y = \sec ax$$

(b) हल कीजिये : Solve :

$$\frac{dx}{dt} + 4x + 3y = t \quad , \quad \frac{dy}{dt} + 2x + 5y = e^t$$

(c) युगपत अवकल समीकरणों को हल कीजिये :
Solve the simultaneous differential equations :

$$\frac{dx}{dt} - 7x + y = 0 \qquad \frac{dy}{dt} - 2x - 5y = 0$$

Assignment - 2020
B.Sc Part 1
Subject - Mathematics
Paper – 3

Paper-III

Subject - Mathematics
Paper- Vector Analysis & Geometry

Note: सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक इकाई से कोई दो भाग हल कीजिए।
All questions are compulsory. Attempt any two parts from each unit.

इकाई - I
Unit - I

1 (अ) यदि $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ तीन असमतलीय सदिश हैं, तो

$$[\vec{a}\times\vec{b}, \vec{b}\times\vec{c}, \vec{c}\times\vec{a}] = [abc]^2$$

If $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are three non-coplanar vectors then

$$[\vec{a}\times\vec{b}, \vec{b}\times\vec{c}, \vec{c}\times\vec{a}] = [abc]^2$$

(ब) यदि $\vec{r} = a\cos t\,\hat{i} + a\sin t\,\hat{j} + t\hat{k}$ तो $\frac{d\vec{r}}{dt}, \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}, \left|\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\right|$ ज्ञात कीजिए।

If $\vec{r} = a\cos t\,\hat{i} + a\sin t\,\hat{j} + t\hat{k}$ then find the value of $\frac{d\vec{r}}{dt}, \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}, \left|\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\right|$.

(स) यदि $\vec{r}$ किसी बिन्दु का स्थिति सदिश है तथा r उसका मापांक है, तो दर्शाइए कि

$$\operatorname{div}(r^n \vec{r}) = (n+3)r^n$$

If $\vec{r}$ and r have their usual meaning then show that,

$$\operatorname{div}(r^n \vec{r}) = (n+3)r^n.$$

इकाई - II
Unit - II

2 (अ) यदि $\vec{r}(t) = 5t^2\hat{i} + t\hat{j} - t^3\hat{k}$, दर्शाइए कि :

$$\int_1^2 \vec{r} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\,dt = -14\hat{i} + 75\hat{j} - 15\hat{k}$$

If $\vec{r}(t) = 5t^2\hat{i} + t\hat{j} - t^3\hat{k}$, show that:

$$\int_1^2 \vec{r} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\,dt = -14\hat{i} + 75\hat{j} - 15\hat{k}$$

(ब) मूल्यांकन कीजिए : grad e^{r^2}

Evaluate : grad e^{r^2}

(अ) गाउस के प्रमेय का सत्यापित कीजिए और दर्शाइये कि:

$$\iint_S [(x^3-yz)\hat{i} - 2x^2y\hat{j} + 2\hat{k}] \cdot \hat{n}\, dS = \frac{1}{3}a^5$$

जहाँ S समतल $x=0, x=a, y=0, y=a, z=0, z=a$ के द्वारा घिरे हुए घन का पृष्ठ दर्शाता है।

Verify Gauss theorem and show that

$$\iint_S [(x^3-yz)\hat{i} - 2x^2y\hat{j} + 2\hat{k}] \cdot \hat{n}\, dS = \frac{1}{3}a^5$$

where S is the surface of a cube surrounded by the plane $x=0, x=a, y=0, y=a, z=0, z=a$.

इकाई - III

Unit - III

3(अ) एक वृत्त एक आयताकार अतिपरवलय $xy=1$ को (x_r, y_r); $r=1,2,3,4$ पर काटता है तो सिद्ध कीजिए कि $x_1x_2x_3x_4 = y_1y_2y_3y_4 = 1$.

A circle cuts a rectangular hyperbola $xy=1$ at (x_r, y_r); $r=1,2,3,4$ then prove that $x_1x_2x_3x_4 = y_1y_2y_3y_4 = 1$.

(ब) किसी शांकव में सिद्ध कीजिए कि लम्बरूप नाभिगत जीवाओं के व्युत्क्रमों का योग अचर होता है।

In any conic, prove that the sum of inverse of orthogonal focal chords is constant.

(स) शांकव $x^2+4xy+y^2-2x+2y=0$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the conic $x^2+4xy+y^2-2x+2y=0$.

इकाई - IV

Unit - IV

4(अ) गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जो गोलों $x^2+y^2+z^2+3x-3y+2z=0$, $x^2+y^2+z^2+2x-y-z+10=0$ को समाक्ष है और बिन्दु (0, 1, 2) से होकर जाता है।

Find the equation of the sphere which is coaxial with the sphere $x^2+y^2+z^2+3x-3y+2z=0$, $x^2+y^2+z^2+2x-y-z+10=0$ and passes through the point (0, 1, 2).

(ब) त्रिज्याओं r_1 और r_2 के दो गोले लाम्बिक प्रतिच्छेद करते हैं। सिद्ध कीजिए कि उभयनिष्ठ वृत्त की त्रिज्या $\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2+r_2^2}}$ है।

Two spheres of radius r_1 and r_2 cut orthogonally. Prove that the radius of common circle is $\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2+r_2^2}}$.

(स) लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका अक्ष $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{6}$ है तथा त्रिज्या 5 है।

Find the equation of right circular cylinder with axes $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{6}$ and radius 5.

इकाई - V

Unit - V

5.(अ) समीकरण $3x^2+7y^2+3z^2+10yz-2zx+10xy+4x-12y-4z+1=0$ का समानयन प्रमाणिक रूप में कीजिए तथा शांकव की प्रकृति बताइए।

Reduce the equation $3x^2+7y^2+3z^2+10yz-2zx+10xy+4x-12y-4z+1=0$ in standard form and find the nature of conic.

(ब) परवलयज $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = z$ के बिन्दु $(4,3,5)$ पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the normal of paraboloid $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = z$ at point $(4,3,5)$.

(स) प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए जब समतल $lx+my+nz=p$ परवलयज $ax^2+by^2=2cz$ को स्पर्श करता है।

Find the condition that the plane $lx+my+nz=p$ may touch the paraboloid $ax^2+by^2=2cz$.